

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۰۳ / ۰۹	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) مثال نقض ب) فضای نمونه ای ج) پیشامد	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید: $(n \in \mathbb{N})$ ، $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$	۱/۵
۳	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $n^2$ مضربی از ۳ باشد آنگاه $n$ نیز مضربی از ۳ است.	۱
۴	$S$ یک زیرمجموعه ۳۰ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای $S$ را بر عدد ۲۹ تقسیم کنیم، نشان دهید حداقل دو عضو از این مجموعه، دارای باقیمانده یکسانی بر ۲۹ هستند.	۱
۵	مجموعه های $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 \leq x < 3\}$ ، $B = \{1, 3, 5\}$ ، $C = \{1, 2, 3\}$ و $D = \{3, 0\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه $A$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای $C - (D \cap B)$ را بنویسید. ج) نمودار $D^c$ را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۵
۶	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - A = B - A$	۱
۷	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۸	دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو سکه پشت بیاید آنگاه یک تاس را می‌ریزیم. مطلوب است: الف) فضای نمونه‌ای این تجربه تصادفی. ب) پیشامد $A$ که در آن دقیقاً هر دو سکه به پشت و عدد تاس کوچکتر از ۳ باشد. ج) پیشامد $B$ که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۰۳ / ۰۹	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	با به کارگیری عبارات های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۴ و به مرکز (۰، -۲) را مشخص کنید.	۱
۱۰	از بین ۴ نفر زن و ۶ نفر مرد، ۳ نفر را به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوبست احتمال آنکه یک نفر زن و بقیه مرد باشند.	۱/۵
۱۱	تاس سالمی را ۱۵ بار می ریزیم احتمال آن که ۴ بار برآمد تاس یک عدد زوج باشد، چقدر است؟	۱
۱۲	رمز یک قفل، عددی سه رقمی است. با علم به تکراری نبودن ارقام رمز، احتمال کشف کردن تصادفی رمز قفل را فقط با یک بار تنظیم ارقام پیدا کنید (در صدگان عدد رمز، رقم صفر مجاز است).	۱
۱۳	سه دونه $a, b, c$ با هم مسابقه می دهند. دونده های $a$ و $c$ دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس $b$ ، دو برابر شانس بردن $a$ است. احتمال آن که دو دونده $a$ یا $b$ ببرند را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	دو عدد مانند $x$ و $y$ به تصادف از بازه $[0, 4]$ انتخاب می شوند. احتمال آن که $ x - y  < 3$ باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	در یک شرکت که ۵۰ کارمند دارد ۳۲ نفر آن ها مرد هستند و ۲۰ نفر دارای مدرک فوق لیسانس می باشند. ۱۱ نفر از این کارمندان مرد، مدرک فوق لیسانس دارند. یک نفر به تصادف از بین کارمندان انتخاب می شود. احتمال آن که این فرد نه مرد بوده و نه مدرک فوق لیسانس داشته باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۰۳ / ۹	تعداد صفحه: ۳
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) صفحه ۱۹ (۰/۵)      ب) صفحه ۷۲ (۰/۵)      ج) صفحه ۷۴ (۰/۵)	۱/۵
---	--	-----

۲	صفحه ۱۲ $n=1 \Rightarrow 1 \times 2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} \Rightarrow 2=2 \quad (۰/۲۵)$ <p>مقدمه استقرا</p> $n=k \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \quad (۰/۲۵)$ <p>فرض استقرا</p> $n=k+1 \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \quad (۰/۲۵)$ <p>حکم استقرا</p> $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \underbrace{\frac{k(k+1)(k+2)}{3}}_{(۰/۲۵)} + (k+1) \times (k+2) =$ $\frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1) \times (k+2)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱/۵
---	--	-----

۳	فرض کنیم $n$ مضرب ۳ نباشد: صفحه ۲۸ $r = \{1, 2\}$ $n = 3k + r \quad (۰/۲۵)$ $n^2 = (3k + r)^2 = 9k^2 + 6kr + r^2 \quad (۰/۲۵) = 3(3k^2 + 2kr) + r^2 \quad (۰/۲۵)$ چون $r^2 \neq 0$ و مضرب ۳ نیست پس $n^2$ مضرب ۳ نمی شود که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.	۱
---	---	---

۴	اگر اعضای $S$ که ۳۰ عضو دارد به منزله کبوتر ( $m$ ) (۰/۲۵) و باقیمانده های تقسیم هر عدد طبیعی $n$ بر ۲۹ که بصورت $r = \{0, 1, 2, 3, \dots, 28\}$ می باشد دارای ۲۹ عضو است به منزله لانه ( $n$ ) (۰/۲۵) در نظر بگیریم، طبق اصل لانه کبوتری ( $m > n$ ) (۰/۲۵) حداقل یکی از لانه ها، دو و یا تعداد بیشتری کبوتر را دارا می باشد. پس حداقل دو عضو (۰/۲۵) از مجموعه $S$ دارای باقیمانده یکسانی بر ۲۹ خواهند بود. صفحه ۲۹	۱
---	--	---

۵	الف) $A = \{1, 2\}$ (۰/۵)      ب) $C - (D \cap B) = \{1, 2\}$ (۰/۲۵)      ج) $D \cap B = \{3\}$ (۰/۲۵) <p>(۰/۵)</p> صفحه ۵۹	۱/۵
---	--	-----

« ادامه راهنما در صفحه ی دوم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۰۳ / ۹	تعداد صفحه: ۳
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	$(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \Phi \cup (B - A) = B - A \quad (۰/۵)$ <p style="text-align: center;">صفحه ۵۵</p>	۱
---	---	---

۷	<p>الف)</p> <p>۱) <math>\forall (a,b) \in R^2, (a,b) R (a,b) \Leftrightarrow a + b = a + b \quad (۰/۲۵)</math> بازتابی است</p> <p>۲) <math>(a,b) R (c,d) \Rightarrow a + b = c + d \Rightarrow c + d = a + b \Rightarrow (c,d) R (a,b) \quad (۰/۲۵)</math> تقارنی است</p> <p>۳) <math>(a,b) R (c,d) \Rightarrow a + b = c + d</math>  <math>(c,d) R (e,f) \Rightarrow c + d = e + f \Rightarrow a + b = e + f \Rightarrow (a,b) R (e,f) \quad (۰/۲۵)</math> ترابایی است</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>[(-۱, ۰)] = \{ (a,b) \in R^2 \mid (a,b) R (-۱, ۰) \} \quad (۰/۲۵)</math>  <math>a + b = -۱ \quad (۰/۲۵)</math></p> <p style="text-align: center;">صفحه ۶۸</p>	۱/۵
---	--	-----

۸	<p style="text-align: right;">صفحه ۸۱</p> <p>الف) <math>S = \left\{ \overbrace{\left( \binom{۰/۵}{r,r}, \binom{۰/۵}{r,p}, \binom{۰/۵}{r,p}, \binom{۰/۵}{p,p,۱}, \binom{۰/۵}{p,p,۲}, \binom{۰/۵}{p,p,۳}, \binom{۰/۵}{p,p,۴}, \binom{۰/۵}{p,p,۵}, \binom{۰/۵}{p,p,۶} \right)} \right\}</math></p> <p>ب) <math>A = \left\{ \left( \binom{۰/۵}{p,p,۱}, \binom{۰/۵}{p,p,۲} \right) \right\} \quad (۰/۵)</math></p> <p>ج) <math>B = \left\{ \left( \binom{۰/۵}{r,r}, \binom{۰/۵}{r,p}, \binom{۰/۵}{r,p} \right) \right\} \quad (۰/۵)</math></p>	۲
---	---	---

۹	<p>مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱</p> $S = \{ (x,y) \mid x^2 (۰/۲۵) + (y+۲)^2 (۰/۲۵) \leq ۱۶ (۰/۵) \}$	۱
---	---	---

۱۰	<p>صفحه ۸۶</p> $n(S) = \binom{۱۰}{۳} = ۱۲۰ \quad (۰/۲۵) \quad n(A) = \binom{۴}{۱} \times \binom{۶}{۲} = ۶۰ \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۲} \quad (۰/۵)$	۱/۵
----	--	-----

۱۱	<p>صفحه ۹۰</p> $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} (۰/۲۵) = \frac{\binom{۱۵}{۴} (۰/۵)}{۲^{۱۵} (۰/۲۵)}$	۱
----	--	---

« ادامه راهنما در صفحه ی سوم »		
--------------------------------	--	--

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۰۳ / ۹	تعداد صفحه: ۳
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>صفحه ۹۱</p> $n(S) = 10 \times 9 \times 8 \quad (0/25) \quad , \quad n(A) = 1 \times 1 \times 1 \quad (0/5) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{720} \quad (0/25)$	۱۲
---	--	----

۱/۵	<p>مثال صفحه ۹۸</p> $P(a) = P(c) \quad , \quad P(b) = 2P(a) \Rightarrow P(a) = \frac{1}{4} \quad (0/5) \quad , \quad P(b) = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $P(a) + P(b) + P(c) = 1 \quad (0/25)$ $P(a \cup b) = \underbrace{P(a) + P(b)}_{(0/25)} = \frac{3}{4} \quad (0/25)$	۱۳
-----	--	----

۱/۵	<p>تمرین صفحه ۱۰۷</p> $a_S = 16 \quad (0/25)$ $a_A = 16 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{15}{16} \quad (0/25)$	<p style="text-align: center;"><math>y = x + 3</math>      <math>y = x - 3</math>      (0/75)</p>	۱۴
-----	---	---	----

۱/۵	<p>صفحه ۱۲۰</p> $P(A) = \frac{32}{50} \quad (0/25) \quad , \quad P(B) = \frac{20}{50} \quad (0/25) \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{11}{50} \quad (0/25)$ $\underbrace{P(A' \cap B')}_{(0/25)} = \underbrace{P(A \cup B)'}_{(0/25)} = 1 - \underbrace{P(A \cup B)}_{(0/25)} = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \frac{41}{50} = \frac{9}{50} \quad (0/25)$	<p>A: مرد بودن و B: فوق لیسانس داشتن</p>	۱۵
-----	---	--	----

۲۰	جمع نمره	
----	----------	--

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.