

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تا ریح امتحان: ۹۸/۱۰/۱۴	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

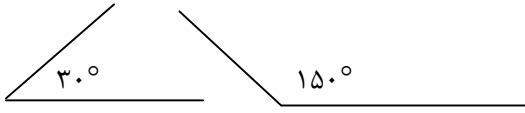
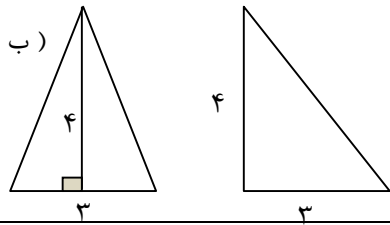
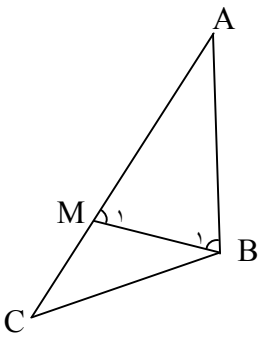
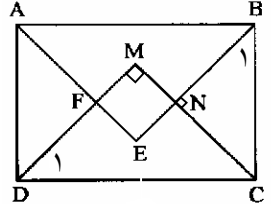
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۰/۵	۱	برای رد حدس های کلی زیر مثال نقض ارائه دهید: الف) اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند، آنگاه هر دو زاویه قائمه هستند. ب) اگر دو مثلث هم مساحت باشند، آنگاه همنهشت هستند.
۱/۵	۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.
۱	۳	می دانیم از تقاطع نیمسازهای زاویه های داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می آید. رابطه بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.
۱	۴	مثلث ABC متساوی الاضلاع است. اگر $BD < DC$ ، ثابت کنید $\hat{B}AD < \hat{D}AC$
۱	۵	ابتدا مکان هندسی را تعریف کنید. سپس مکان هندسی نقطه ای از صفحه را پیدا کنید که از یک خط داده شده d به فاصله $\frac{1}{3}$ باشد. (بارسم شکل)
۱	۶	قضیه: ثابت کنید طول مماس های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن باهم برابرند.
۰/۷۵	۷	ثابت کنید در هر دایره کمانهای محصور بین دو وتر موازی، باهم برابرند.
۱/۲۵	۸	زاویه ظلی TAB در دایره به مرکز O داده شده است. با استفاده از ویژگی قطر عمود بر وتر، ثابت کنید که: $\hat{T}AB = \frac{AB}{r}$
۱	۹	با توجه به شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تا ریخ امتحان: ۹۸/۱۰/۱۴	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			
۱۰	دو دایره به شعاع های ۹ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید.		
۱۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) دو خط متنافر ب) صفحه عمود منصف یک پاره خط		
۱۲	نقاط $O(0, 0)$ ، $P(6, -2)$ و $Q(7, 1)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $T(x, y) = (-y, x)$ رسم کنید. ب) طول ضلع PQ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ) شیب ضلع PQ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.		
۱۳	معادله تصویر خط $2x - 3y + 6 = 0$ تحت تبدیل انتقال $T(x, y) = (x + 4, y - 2)$ را به دست آورید.		
۱۴	 <p>در شکل روبه رو PR عمود منصف QS است. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب، ثابت کنید: $\hat{SPR} = \hat{QPR}$</p>		
۱۵	عبارت های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تحت تبدیل تجانس، مساحت با ضریب تغییر می کند. ب) تبدیلی که فاصله بین نقطه ها را حفظ کند، نامیده می شود. پ) اگر صفحه ای دو صفحه موازی را قطع کند، آنگاه فصل مشترکها با هم هستند. ت) دو خط L و L' را عمود بر یکدیگر نامیم، هر گاه زاویه بین آنها باشد.		
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحه P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، P را در یک خط موازی L قطع می کند.		
۱۷	ثابت کنید، اگر دو صفحه با صفحه سوم موازی باشند، خودشان با هم موازیند.		
۱۸	اگر خط L بر صفحه P عمود نباشد، صفحه ای از خط L بگذرانید که بر P عمود باشد. (روش رسم را توضیح دهید).		
۲۰	موفق باشید. جمع نمره		

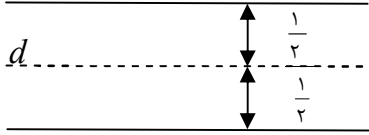
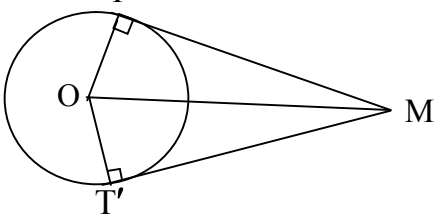
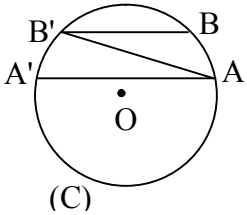
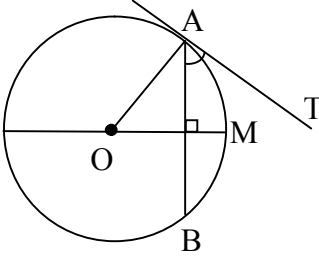
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی - فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۴
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۱۴
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>(الف) (۰/۲۵)</p>  <p>(ب) (۰/۲۵)</p>  <p>۱۵ص</p>	۰/۵
۲	<p>فرض: $AC > AB$ و حکم: $\hat{B} > \hat{C}$</p> <p>برهان: چون طبق فرض $AC > AB$، بنابراین پاره خط AM را به اندازه AB روی AC جدا می‌کنیم و از نقطه M به B وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) چون $AB=AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۲۵)</p> <p>(۱) از طرفی چون \hat{M}_1 یک زاویه خارجی مثلث MBC است. در نتیجه از هر یک از زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود. بنابراین (۰/۲۵) (۲) $\hat{M}_1 > \hat{C}$</p> <p>باتوجه به دو رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت: (۰/۲۵) (۳) $\hat{B}_1 > \hat{C}$</p> <p>از طرفی نقطه M بین دو نقطه A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخلی زاویه B است و در نتیجه زاویه B_1 جزیی از زاویه B است، یعنی (۰/۲۵) (۴) $\hat{B} > \hat{B}_1$ از مقایسه (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: (۰/۲۵) $\hat{B} > \hat{C}$ ۱۹ص</p> 	۱/۵
۳	<p>در هر مثلث قائم الزاویه ضلع روبه رو به زاویه 45° مساوی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر می‌باشد.</p> <p>(۰/۲۵) $\triangle DMC : \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{2}}{2} DC$</p> <p>(۰/۲۵) $\triangle BNC : \hat{B}_1 = 45^\circ \Rightarrow NC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$</p> <p>ص ۲۱ $\Rightarrow MN = MC - NC$ (۰/۲۵) $= \frac{\sqrt{2}}{2} DC - \frac{\sqrt{2}}{2} BC$ (۰/۲۵) $\Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2} (DC - BC)$</p> 	۱
۴	<p>در مثلث متساوی الاضلاع ABC، $AB=AC$ است. بنابر این در دو مثلث ADC و ABD: (۰/۲۵)</p> <p>داریم: (۰/۲۵) $\hat{B}_1 < \hat{D}_1$ (عکس قضیه لولا \Rightarrow) (۰/۲۵) $\begin{cases} AB = AC \\ \text{ضلع مشترک } AD \\ BD < DC \end{cases}$</p> <p>ص ۲۹</p>	۱
«ادامه در صفحه دوم»		

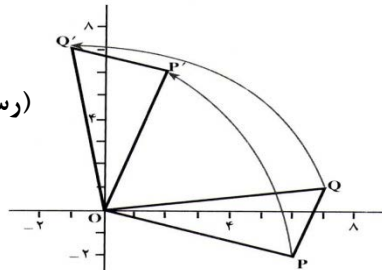
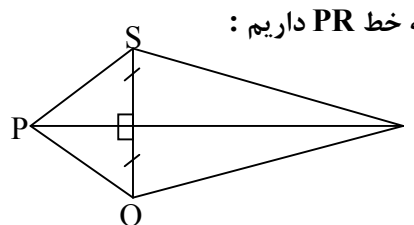
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی - فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۴
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۱۴
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>مکان هندسی، مجموعه همه نقطه های صفحه یا فضا است که دارای ویژگی مشترکی هستند. یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که آن ویژگی را دارد عضوی از مجموعه می باشد. (۰/۵)</p> <p>مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط d و به فاصله $\frac{1}{3}$ از آن می باشد. (۰/۲۵) ص ۳۳</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۶	<p>چون شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می گیریم: $\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p>  <p>ص ۵۱</p> $\begin{cases} \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \\ OT = OT' \quad (0/5) \\ OM = OM \end{cases} \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT'$ <p>$\Rightarrow MT = MT'$ (۰/۲۵)</p>	۱
۷	<p>A را B' وصل می کنیم زاویه BB'A و زاویه ABB' محاطی هستند بنا بر این</p>  <p>(C)</p> $\hat{B'AA'} = \frac{\widehat{A'B'}}{2}, \hat{ABB'} = \frac{\widehat{AB}}{2} \quad (0/25)$ <p>باتوجه به فرض $BB' \parallel AA'$ و AB' مورب، پس</p> $\hat{ABB'} = \hat{B'AA'} \quad (0/25) \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{A'B'} \quad (0/25)$ <p>ص ۵۸</p>	۰/۷۵
۸	<p>زاویه ظلی \hat{TAB} را در دایره به مرکز O در نظر می گیریم شعاع OA از این دایره را رسم می کنیم. می دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است. پس: (۱) $\hat{OAB} + \hat{TAB} = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمانهای نظیر آن وتر را نصف میکند.</p>  <p>پس $\hat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵) و اندازه زاویه مرکزی $\hat{AOM} = \hat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵) (۲)</p> <p>از طرفی: (۳) $\hat{OAB} + \hat{AOM} = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>از رابطه (۱) و (۳) نتیجه می شود: $\hat{TAB} = \hat{AOM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵) ص ۶۷</p>	۱/۲۵
۹	<p>ص ۷۸</p> $x(x-2) = 4 \times 12, (0/5) \Rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ ق ق } (0/25), x = 8 \text{ ق ق } (0/25)$	۱
۱۰	<p>ص ۸۱</p> $R = 4, R' = 9 \Rightarrow d = 13 \quad (0/25) \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $TT' = \sqrt{13^2 - (9 - 4)^2} \quad (0/25) \quad TT' = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \quad (0/25)$	۱
	«ادامه در صفحه سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی - فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۱۴
تعداد صفحه: ۴	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	الف) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی‌گیرند، دو خط متناظر می‌نامیم. (۰/۵) ص ۱۳۴ ب) صفحه‌ای را که در وسط یک پاره خط بر آن عمود باشد، صفحه عمود منصف آن پاره خط می‌نامیم. (۰/۵) ص ۱۵۴	۱
۱۲	الف) $R(x, y) = (-y, x)$ $O(0, 0) \rightarrow O'(0, 0)$ $P(6, -2) \rightarrow P'(2, 6)$ (۰/۷۵) $Q(7, 1) \rightarrow Q'(-1, 7)$ $\left. \begin{aligned} \text{ب) } PQ &= \sqrt{(7-6)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10} \\ P'Q' &= \sqrt{(-1-2)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{10} \end{aligned} \right\} (0/25) \Rightarrow PQ = P'Q' \quad (0/25)$ $\left. \begin{aligned} \text{پ) } m_{PQ} &= \frac{1+2}{7-6} = 3 \\ m_{P'Q'} &= \frac{7-6}{-1-2} = -\frac{1}{3} \end{aligned} \right\} (0/25) \Rightarrow m_{AB} \neq m_{P'Q'} \quad (0/25)$  ص ۱۰۸	۲/۲۵
۱۳	$L: 2x - 3y + 6 = 0$ $T(x, y) = (x + 4, y - 2)$ $A(0, 2) \xrightarrow{T} A'(4, 0)$ (۰/۲۵) $B(-3, 0) \xrightarrow{T} B'(1, -2)$ (۰/۲۵) $m' = \frac{-2-0}{1-4} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y - 0 = \frac{2}{3}(x - 4)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2x - 3y - 8 = 0$ ص ۱۲۲	۱
۱۴	PR را به عنوان محور تقارن در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵) تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم :  $\left. \begin{aligned} S &\rightarrow Q \\ P &\rightarrow P \\ R &\rightarrow R \end{aligned} \right\} (0/25) \Rightarrow \widehat{SPR} \rightarrow \widehat{QPR} \quad (0/25)$ $\widehat{SPR} = \widehat{QPR} \quad (0/25) \Rightarrow \text{اندازه زوایه تحت بازتاب ثابت می‌ماند.} \quad (0/25)$ ص ۱۲۶	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه چهارم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی - فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تعداد صفحه: ۴
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۱۴
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	الف) k^2 (۰/۲۵) ص ۱۱۶ ب) ایزومتري (۰/۲۵) ص ۸۹ پ) موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵) ص ۱۴۶	۱
۱۶	برای اثبات این قضیه، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می‌گیریم. الف) خط L در صفحه P قرار ندارد. فرض کنیم P' صفحه ای گذرنده از L باشد رسم شکل (۰/۲۵) که P را در خط L' قطع می‌کند. (۰/۲۵) L و L' هر دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (۰/۲۵) زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می‌شود که خط L صفحه P را قطع می‌کند، که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) بنابراین، دو خط L و L' هر دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند، پس باهم موازیند. (۰/۲۵) ب) خط L در صفحه P قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه P' متمایز از P که از L می‌گذرد، صفحه P را در همان خط L قطع می‌کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است. ص ۱۴۰	۱/۵
۱۷	فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند. فرض خلف: اگر P با Q موازی نباشد (۰/۲۵) آنگاه P صفحه Q را قطع می‌کند. از طرفی چون صفحه Q موازی با R است، پس صفحه P صفحه R را نیز قطع می‌کند. (۰/۵) و این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است یعنی $P \parallel Q$. ص ۱۴۷	۱
۱۸	از یک نقطه مانند A روی خط L ، خط L' را عمود بر صفحه P رسم می‌کنیم (۰/۵) و L و L' دو خط متقاطع اند و صفحه ای که از این دو خط می‌گذرد، جواب مسأله است. (۰/۲۵) ص ۱۵۵ رسم شکل (۰/۲۵)	۱
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.