

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/ ۱۰/ ۸	ساعت شروع : ۱۰ صبح
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره	

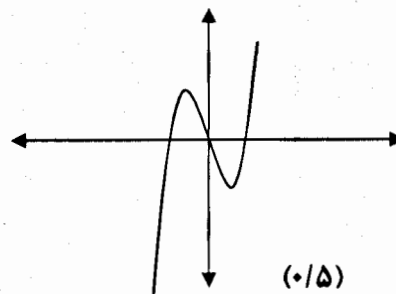
توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	فرض کنید برای هر عدد مثبت h ، $0 \leq a < h$ ثابت کنید $a = 0$	۱
۲	به کمک قضیه فشردگی ، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\cos n}{n} \right\}$ به صفر ، همگراست.	۱
۳	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید : (الف) جواب نامعادله $ x - 3 < 2$ برابر است با (ب) طبق اصل موضوع تمامیت در باب اعداد حقیقی ، یک مجموعه ناتهی از اعداد حقیقی که دارای کران بالا باشد دارای است (ج) مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right]$ برابر است با ، جزء صحیح $\frac{1}{x}$ است .	۱/۵
۴	به کمک تعریف دنباله ای حد ، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه صفر حد ندارد.	۱/۵
۵	مجاانب های افقی تابع $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ را بیابید.	۱
۶	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 2$ نسبت به x را روی بازه $[-1, 2]$ بیابید.	۱
۷	مقادیر a و b را به قسمی تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x \leq 0 \\ ax + a + b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.	۱/۵
۸	اگر $f(x) = \sqrt{x} g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ باشد مقدار $f'(4)$ را حساب کنید.	۱/۵
۹	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (الف) $y = e^{\sin x} + \ln(\Delta x^2 + 1)$ (ب) $4yx^5 - \frac{x}{y} = 0$	۲
۱۰	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۲ است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آن ها را پیدا کنید.	۱
۱۱	به ازای چه مقداری برای a نقطه ای به طول ۱ نقطه ی عطف منحنی $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 3ax^2$ می باشد.	۱/۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را رسم کنید.	۲
۱۳	(الف) جمع $\sum_{k=1}^{100} (6k^2 + k)$ را بسط دهید. (ب) جمع رو به رو را با استفاده از نماد Σ بنویسید. $3 + 3 + 3 + \dots + 3$ (۲۰۰ بار)	۱/۵
۱۴	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. (الف) $\int_1^2 [x] dx$ (ب) $\int (e^{5x} + \cos 3x - \frac{5}{x}) dx$	۲
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	برهان خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ (۰/۲۵) پس: $a > 0 \rightarrow 0 < a < a$ (۰/۲۵) تناقض $\Rightarrow a = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{h=a}{(0/25)}$	۱
۱	$-1 \leq \cos n \leq 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{-1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}$ (۰/۲۵), $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0$ (۰/۲۵)	۲
۱/۵	الف) $1 < x < 5$ (۰/۵) کوچکترین کران بالا ب) (۰/۵) ج) ۱ (۰/۵)	۳
۱/۵	$a_n = \frac{1}{2n\pi} \quad a_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \quad b_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$ (۰/۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(2n\pi) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0 = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ وجود ندارد. (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ (۰/۲۵)	۴
۱	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{ x } = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y = 1 & \text{مجاانب افقی (۰/۵)} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-x} = -1 \Rightarrow y = -1 & \text{مجاانب افقی (۰/۵)} \end{cases}$	۵
۱	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{6 - 3}{3} = 1$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۶
۱/۵	باید تابع f در $x = 0$ پیوسته باشد پس: $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a + b \rightarrow a + b = 4$ (۰/۵) $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax + a + b - 4}{x} = a$ (۰/۲۵) $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+2)^2 - 4}{x} = 4$ (۰/۲۵) $f'_-(0) = f'_+(0) \rightarrow a = 4$ (۰/۲۵) $b = 0$ (۰/۲۵)	۷

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} g(x) \quad (۰/۷۵)$ $f'(4) = g'(4)\sqrt{4} + \frac{1}{2\sqrt{4}} g(4) = 7 \times 2 + \frac{1}{4} \times 8 = 16 \quad (۰/۲۵)$ (۰/۵)	۸																		
۲	الف) $y' = \underbrace{\cos x e^{\sin x}}_{(۰/۵)} + \underbrace{\frac{2 \circ x^2}{5x^2 + 1}}_{(۰/۵)}$ ب) $y' = -\frac{2 \circ yx^2 - \frac{1}{y}}{4x^5 + \frac{x}{y^2}} \quad (۰/۵)$ (۰/۵)	۹																		
۱	$x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x \quad (۰/۲۵)$ $p = xy \Rightarrow p(x) = x(12 - x) = 12x - x^2 \quad (۰/۲۵)$ $p'(x) = 12 - 2x \Rightarrow 12 - 2x = 0 \Rightarrow x = 6, y = 6 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow p_{\max} = 36 \quad (۰/۲۵)$	۱۰																		
۱/۵	$f'(x) = x^2 + 3x^2 + 6ax \quad (۰/۵)$ $f''(x) = 2x + 6a \quad (۰/۵) \Rightarrow 9 + 6a = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$	۱۱																		
۲	$D = \mathbb{R} \quad y' = 3x^2 - 3 \quad 3x^2 - 3 = 0 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad (۰/۲۵) \\ x = -1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $y'' = 6x \quad 6x = 0 \rightarrow x = 0 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-top: 10px;"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗ 2</td><td>↘ 0</td><td>↗ -2</td><td>$+\infty$</td></tr></table> (۰/۵)  (۰/۵)	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	↗ 2	↘ 0	↗ -2	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	+	0	-	0	+															
y	$-\infty$	↗ 2	↘ 0	↗ -2	$+\infty$															
ادامه در صفحه سوم																				

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۱۰/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۵	الف) $6x \times \frac{30(30+1)(2 \times 30+1)}{6} + \frac{30(30+1)}{2} = 56730 + 465 = 57195 (0/25)$ ب) $\sum_{k=1}^{200} 3 (0/5)$	۱۳
۲	الف) $\int_1^2 1 dx + \int_2^3 2 dx (0/5) = x \Big _1^2 + 2x \Big _2^3 (0/5) = 3 (0/25)$ ب) $\frac{1}{5} e^{5x} + \frac{1}{3} \sin 3x - \frac{5}{5} \ln x + c$	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	