

المپیاد ریاضی مبتکران



اشاره

اولین المپیاد ریاضی نوجوانان ایران در سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹ توسط شرکت مبتکران برگزار شد. هدف از برگزاری این المپیاد، شناسایی دانش‌آموزان مستعد در درس ریاضی است تا از این طریق و با ایجاد رقابتی سالم اشتیاق به یادگیری ریاضیات در بین نوجوانان بیشتر شود. دومین المپیاد نیز در سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰ برگزار شد. در سال تحصیلی جاری نیز سومین دوره آن برای دانش‌آموزان دوم و سوم راهنمایی و اول متوسطه برگزار خواهد شد. در این بخش از مجله با انتخاب چند نمونه سوال از المپیادهای برگزار شده راهبردهای حل مسئله را مطرح می‌کنیم؛ راهبردهایی که به حل مسئله‌هایی به ظاهر پیچیده و دشوار کمک می‌کند. از شما می‌خواهیم جواب مسئله‌های مطرح شده را برای ما بفرستید تا در شماره‌های بعد آن را با نام خودتان در مجله مطرح کنیم. علاقه‌مندیم، با این شیوه، راه حل‌های مختلف برای یک مسئله، تنوع راهبردها و به طور کلی چگونگی تفکر ریاضی را به شما نشان دهیم. دیدن راه حل‌های متنوع برای یک مسئله برای شما بسیار آموزنده خواهد بود و کمک می‌کند تا در مواجهه با مسئله‌های جدید بهتر فکر و ایده‌های گوناگون را دنبال کنید.

به پاسخ نهایی برسیم.

می‌توانیم مسئله‌های مرحله‌ای زیر را مشخص کنیم تا با حل آن‌ها به ترتیب جواب مسئله روشن شود.

۱. اگر همه حیوانات مرغ بودند چند تا پا دیده می‌شد؟

۲. به این ترتیب چند تا پا اضافه می‌ماند؟

۳. این پاهای اضافه متعلق به چند تا گاو است؟

پاسخ سه مسئله فوق به ترتیب عبارت است از:

۱. $۲۰ \times ۲ = ۴۰$ حداقل پاها

۲. $۴۰ - ۵۶ = ۱۶$ پاهای اضافه

۳. $۱۶ \div ۲ = ۸$ تعداد گاوها

چرا در مسئله سوم تعداد پاهای اضافه را بر ۲ تقسیم کردیم؟

همین مسئله را می‌توان با راهبرد حدس و آزمایش نیز حل کرد.

حدس و آزمایش یک فرآیند از حدس زدن‌های متوالی و منطقی است. براساس آزمایش و نتیجه کسب شده از

برای روشن شدن موضوع، نخست یک مسئله را با چند راهبرد پاسخ می‌دهیم تا به تدریج هم راهبردها معرفی شوند و هم تنوع راه حل برای یک مسئله آشکار گردد.

مسئله. در یک مزرعه جمعاً ۲۰ مرغ و گاو داریم؛ می‌دانید که مرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد. اگر در مجموع ۵۶ پا در این مزرعه دیده شود، چند مرغ و چند گاو در مزرعه وجود دارد؟

با توجه به دانش جبری شما، حل مسئله با راهبرد تشکیل معادله ساده به نظر می‌رسد. می‌توانیم دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر را حل کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید:

در این دستگاه x تعداد مرغ‌ها و y تعداد گاوها را نشان می‌دهد.

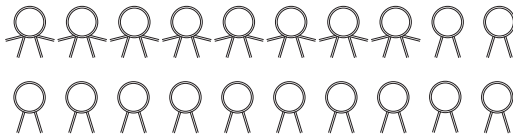
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

همین مسئله را می‌توانیم با راهبرد زیر مسئله نیز حل کنیم. یعنی برای رسیدن به پاسخ مسئله آن را به مسئله‌های مرحله‌ای تبدیل کنیم تا با پیدا کردن جواب مسئله در هر مرحله و مرتبط شدن آن با مسئله مرحله بعد،



**حدس و آزمایش
یک فرآیند از
حدس زدن‌های
متوالی و منطقی
است**

چند تا پا رسم شده است؟ حالا ۱۶ پای باقی‌مانده را به این سرها اضافه می‌کنیم. چرا پاها را ۲ تا ۲ اضافه می‌کنیم؟

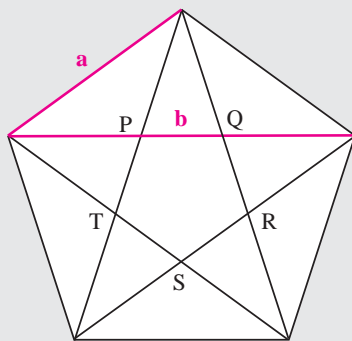


چند حیوان ۲ پا (مرغ) و چند تا ۴ پا (گاو) هستند؟ همان‌طور که دیدید یک مسئله با چهار راهبرد کاملاً متفاوت حل شد. این تنوع راه حل کمک می‌کند تا دیدگاه شما نسبت به حل مسئله تغییر کند و در برخورد با مسئله بعدی، ایده‌های گوناگونی را برای رسیدن به پاسخ مسئله در ذهن‌تان مجسم کنید.

حالا به مسئله زیر فکر کنید و تلاش کنید برای آن راه حل‌های مختلف بیابید. پاسخ خود را به نشانی مجله ارسال کنید. در شماره‌های بعدی، همین مسئله را با راه حل‌هایی که شما دادید ارائه خواهیم کرد. امیدواریم پاسخ‌ها و ایده‌های شما متنوع و خلاقانه باشد.

مسابقه

مسئله. قطرهای یک پنج ضلعی منتظم را رسم کرده‌ایم. اگر طول هر ضلع این پنج ضلعی a و طول هر قطرش b باشد، طول ضلع پنج ضلعی منتظم داخلی PQRST را به دست آورید.

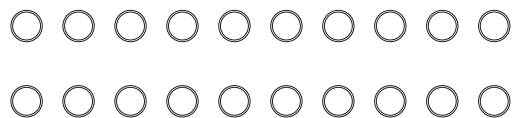


پاسخ‌های خود را به دفتر مجله بفرستید. به تعدادی از دانش‌آموزانی که مسئله را درست حل کنند و راه‌حل آن‌ها نیز نو و ابتکاری باشد جوایزی اهدا خواهد شد. پس دست به کار شوید و مسئله را حل کنید. منتظر راه‌حل‌های خلاقانه شما هستیم.

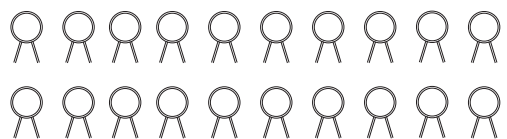
حدس اول، حدس دوم مطرح می‌شود تا به همین ترتیب به جواب مسئله نزدیک شویم. برای حل مسئله قبل با راهبرد حدس و آزمایش ابتدا تعداد گاوها و مرغ را مساوی در نظر می‌گیریم و حدس اول را آزمایش می‌کنیم. برای مشخص شدن روند حدس‌ها تا رسیدن به جواب از جدول زیر کمک می‌گیریم:

	تعداد مرغ	تعداد گاو	بررسی و آزمایش کردن	نتیجه‌گیری
حدس اول	۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	باید از تعداد گاوها کم کرد
حدس دوم	۱۱	۹	$11 \times 2 + 9 \times 4 = 58$	باید از تعداد گاوها کم کرد
حدس سوم	۱۲	۸	$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$	جواب مسئله

چرا برای حدس دوم باید از تعداد گاوها کم کرد؟ چرا در حدس دوم وقتی از تعداد گاوها یکی کم شد به تعداد مرغ‌ها یکی اضافه کردیم؟ یکی دیگر از راهبردهای مفید برای حل مسئله‌ها رسم شکل مناسب است. بسیاری از مسئله‌های به ظاهر دشوار با کشیدن شکل برای آن‌ها حل می‌شوند. گاهی از اوقات کشیدن شکل ایده حل مسئله را آشکار می‌کند. برای حل مسئله بالا نیز می‌توانیم دایره‌های زیر را به جای سرهای مرغ‌ها و گاوها رسم کنیم (چرا ۲۰ تا دایره کشیده شده است؟)



سپس برای هر دایره ۲ تا خط می‌کشیم (در واقع برای هر کدام ۲ پا در نظر می‌گیریم)



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید در کشیدن شکل نیازی به نقاشی کردن و رسم شکل‌های واقعی نیست. شکل بالا نشان می‌دهد این ۲۰ حیوان همه ۲ پا دارند. در مجموع